

SMA I - ANALYSE I-CONTRÔLE I

Enoncé 1. Pour tout entier $n \geq 2$, on définit la fonction $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ par

$$f_n(x) = -1 + x + x^2 + \dots + x^n$$

Partie I

(2)a. Si $x \in]0, 1[$, calculer en fonction de x , les limites des suites

$$a_n = 1 + x + x^2 + \dots + x^n$$

$$b_n = -1 + x + x^2 + \dots + x^n$$

(2)b. Montrer pour tout n , que la fonction f_n est strictement croissante; c'est-à-dire que $x < y \Rightarrow f_n(x) < f_n(y)$.

En déduire alors pour tout n , que si $f_n(x) < f_n(y)$, alors on a $x < y$.

Partie II

(2)c. On considère une suite u telle que $0 < u_n < 1$ et $f_n(u_n) = 0$. Montrer que $f_{n+1}(u_n) = u_n^{n+1}$.

(2)d. Montrer que $f_{n+1}(u_{n+1}) < f_{n+1}(u_n)$. En déduire que la suite u est strictement décroissante.

(2)e. Montrer que $f_n(\frac{1}{2}) < 0$ en calculant $f_n(\frac{1}{2})$ en fonction de n . En déduire que la suite u est minorée par $\frac{1}{2}$.

(3)f. Montrer que la suite u est convergente. On pose $l = \lim u$. Montrer que $\frac{1}{2} \leq l \leq u_n$ pour tout n . En déduire que $\lim f_n(l) = 0$.

(2)g. Calculer $\lim f_n(l)$ en fonction de l . En déduire la valeur de l .

Enoncé 2. On considère la suite

$$u_n = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n^2}$$

(2)a. Montrer que la suite $v_n = u_n + \frac{1}{n}$ est monotone.

(3)b. Montrer que la suite u est convergente.



ETU SUP.com

Programmmation
Cours
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Chimie Organique
Informatique
Optique
Chimie
Algèbre
Corrigés
Mathématiques
Mécanique
Travaux Pratiques
Droit

et encore plus..